2º Ingeniero Técnico Industrial – Mecánica y Electricidad

Asignatura: **Técnicas estadísticas de control de la producción**

Profesora: Miren Portilla Curso 2004-2005

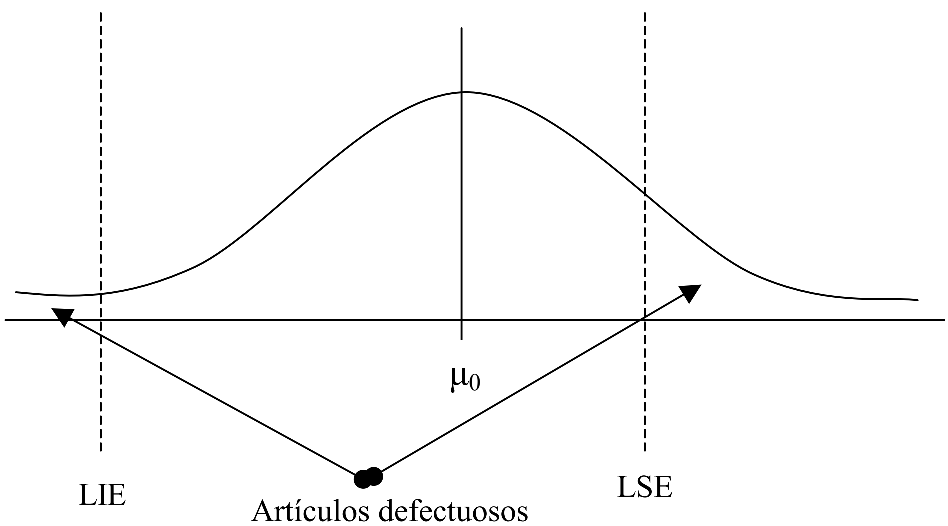
Tema 1: Control Estadístico de Procesos

Lección 2: CAPACIDAD

CAPACIDAD DE PROCESOS Y MÁQUINAS

Producción bajo control no significa que el producto satisfaga las especificaciones de calidad (externas) fijadas por el diseñador, el productor o el comprador, sobre todo si la variabilidad es muy grande.

Los estudios de capacidad tratan de responder a si el proceso es capaz o no de satisfacer dichas especificaciones.



Estos estudios deben realizarse cuando:

- Se trata de una nueva máquina o proceso.
- Se ha modificado en sus partes esenciales.
- Se ha reajustado para fabricar otra pieza.

Objetivo:

Analizar hasta qué punto resultan conformes al proyecto los artículos producidos (mediante proporción de defectuosos).

Medir la capacidad del proceso para cumplir las especificaciones de calidad (mediante índices de capacidad).

El análisis de capacidad trata de:

- Cuantificar la variabilidad del proceso ($\hat{\sigma}$).
- Analizar la variabilidad respecto a las especificaciones del producto.
- Reducir en lo posible la variabilidad (modificando o revisando el proceso).

TOLERANCIAS Y CAPACIDAD

Límites de Tolerancia Natural

Superior: LSTN = $\mu + 3\sigma$ Inferior: LITN = $\mu - 3\sigma$

Si la característica de calidad es normal y el proceso está bajo control, los límites naturales incluyen el 99,73% de los valores, es decir, el proceso fabrica un 0,27% de productos defectuosos.

Conclusión: la amplitud esperada de la variabilidad es 6σ.

Problemas: * 2700 defectuosos por millón puede resultar una proporción grande.
* Si no es normal, ese porcentaje aumentará.

Tolerancias del producto o Límites Especificados

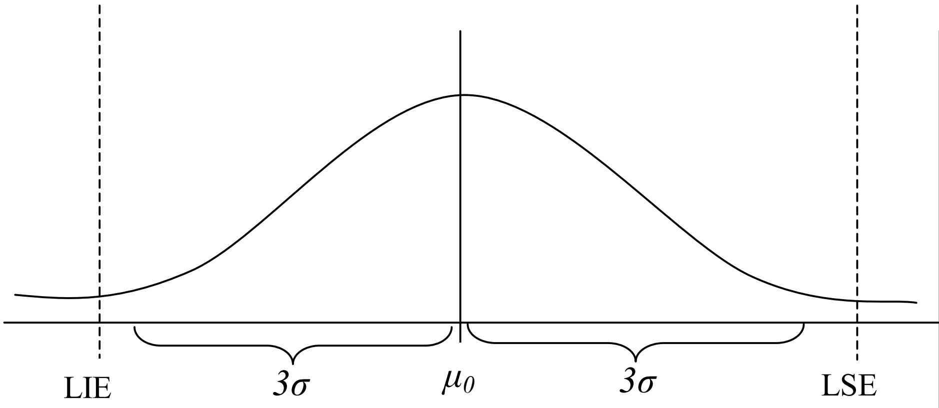
Fijados económicamente para localizar como productos defectuosos los que se encuentran por debajo del límite inferior (LIE) o por encima del superior (LSE).

Indice de Capacidad del Proceso: $CP = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}$

Indices de Capacidad Unilaterales: $CPS = \frac{LSE - \mu}{3\sigma}$ $CPI = \frac{\mu - LIE}{3\sigma}$

$$CPk = min\left(\frac{LSE - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LIE}{3\sigma}\right)$$

Ejemplos gráficos de Capacidad de Procesos:



Proceso centrado
Cp=Cpi=Cps

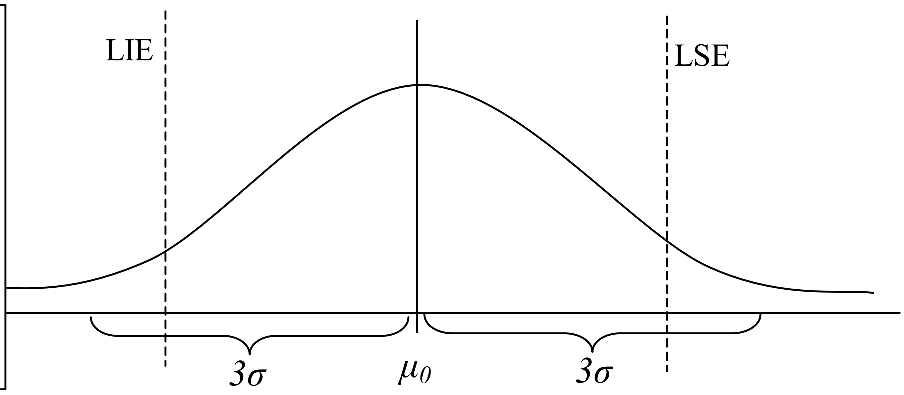
$$Cp = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} > 1$$

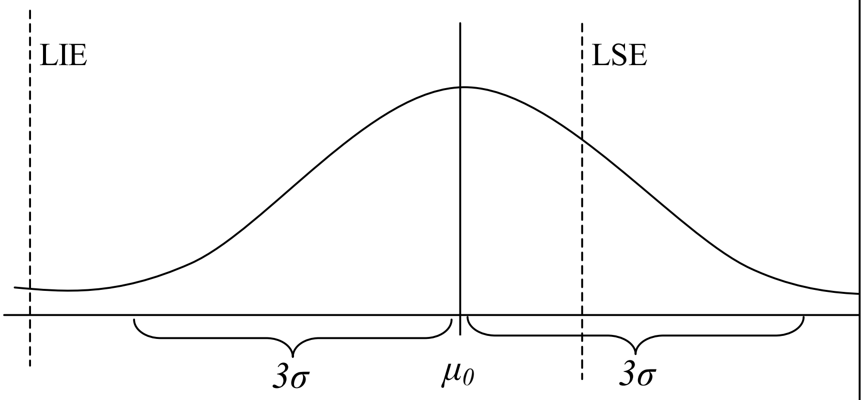
Proporción de defectuosos menor de 0,27%

Proceso centrado
Cp=Cpi=Cps

$$Cp = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} < 1$$

Proporción de defectuosos mayor de 0,27%





Proceso descentrado

$$Cps = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} < 1$$

$$Cpi = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} > 1$$

Alta proporción de defectuosos por encima del LSE.

Práctica del Análisis de Capacidad

Usos más importantes, en un programa de mejora de la calidad:

1. Predecir cuán bien cumple el proceso las tolerancias.
2. Ayudar a los diseñadores del producto a seleccionar o modificar el proceso.
3. Especificar los requisitos para el funcionamiento de nuevos equipos.
4. Elegir entre diferentes proveedores.
5. Reducir la variabilidad en un proceso de manufactura.

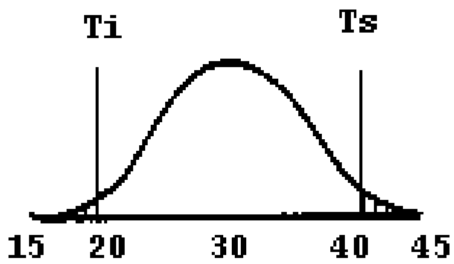
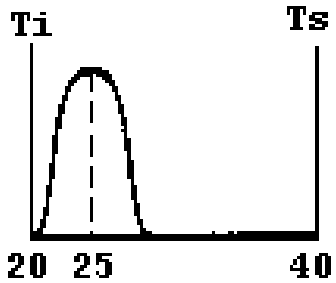
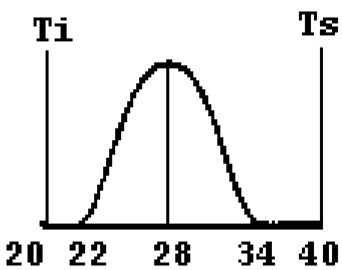
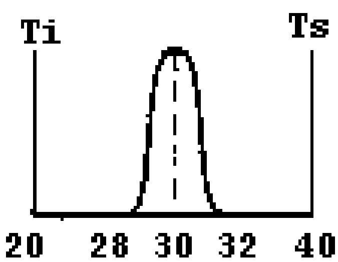
Tabla de Indices de Capacidad y proporción de defectuosos:

	Proporción por millón de defectuosos	
CP	Especificaciones Unilaterales	Especificaciones Bilaterales
0,50	66800	133600
0,75	12200	24400
1,00	1350	2700
1,20	159	318
1,33	31,7	63,4
1,50	3,4	6,8
2,00	0,0009	0,0018

Valores mínimos recomendados para los Indices de Capacidad:

	Bilaterales	Unilaterales
Procesos existentes	1,33	1,25
Procesos nuevos	1,50	1,45
Parámetro de seguridad o crítico del proceso existente	1,50	1,45
Parámetro de seguridad o crítico del proceso nuevo	1,67	1,60

Ejemplo de control de procesos

	$C_P = \dfrac{T_s - T_i}{6\sigma} = \dfrac{20}{30} = 0{,}667$ $C_{Pk} = \dfrac{T_s - \overline{\overline{x}}}{3\sigma} = \dfrac{\overline{\overline{x}} - T_i}{3\sigma} = \dfrac{10}{15} = 0{,}667$ Proceso insuficiente: $C_P < 1$ y $C_{Pk} < 1$ Variabilidad excesiva.
	$C_P = \dfrac{T_s - T_i}{6\sigma} = \dfrac{20}{10} = 2$ $C_{Ps} = \dfrac{T_s - \overline{\overline{x}}}{3\sigma} = \dfrac{40-25}{5} = 3$ $C_{Pi} = \dfrac{\overline{\overline{x}} - T_i}{3\sigma} = \dfrac{25-20}{5} = 1$ Proceso capaz $C_P > 1{,}33$ si fuera centrado, pero no lo es ($C_{Ps} \neq C_{pi}$): $C_{Pk} = 1$, poco capaz.
	$C_P = \dfrac{T_s - T_i}{6\sigma} = \dfrac{20}{12} = 1{,}667$ $C_{Ps} = \dfrac{T_s - \overline{\overline{x}}}{3\sigma} = \dfrac{40-28}{6} = 2$ $C_{Pi} = \dfrac{\overline{\overline{x}} - T_i}{3\sigma} = \dfrac{28-20}{6} = 1{,}33$ Proceso capaz, más disperso que anterior pero menos descentrado
	$C_P = \dfrac{T_s - T_i}{6\sigma} = \dfrac{20}{4} = 5$ $C_{Pk} = \dfrac{T_s - \overline{\overline{x}}}{3\sigma} = \dfrac{\overline{\overline{x}} - T_i}{3\sigma} = \dfrac{10}{2} = 5$ Proceso centrado y poco disperso: CAPAZ
Indices de Capacidad:	Mínimo = 1,33 Deseable = 2 Ideal = 5

Métodos en Análisis de Capacidad

1.- Mediante **Histogramas**

Mínimo 50 a 100 observaciones, ya que se agrupan por intervalos.

Proceso: comprobación gráfica de comportamiento normal.

Estimación de μ y σ mediante $\overline{x}$ y S para el cálculo de Indices de Capacidad.

2.- Mediante **diagramas de probabilidad**

Proceso: comprobación gráfica de comportamiento normal mediante percentiles (Papel probabilístico normal).

Estimación de μ y σ mediante mediana (P_{50}) y P_{84}-P_{50} para el cálculo de Indices de Capacidad.

Recomendación: completarlo con pruebas objetivas de bondad de ajuste.

3.- Mediante **diagramas de control**

Requisito: proceso bajo control.

Analiza la capacidad "potencial" ya que permite reducir la variabilidad.

Estima μ y σ mediante $\overline{\overline{x}}$ y $\dfrac{\overline{R}}{d_2}$ ó $\dfrac{\overline{S}}{c_2}$ para cálculo de Indices de Capacidad.

4.- Mediante **Diseño de experimentos** (Tema 3)

Ejemplo de Análisis de capacidad con MINITAB

En el departamento de ensamblaje de motores de coches, las especificaciones de los ingenieros para la longitud del árbol de levas es de 600 ± 2 mm. Para controlar este elemento, el último mes se han recogido 100 observaciones (20 muestras de 5 elementos) de cada uno de los dos proveedores. Dado que el proceso del proveedor 2 está fuera de control, analizaremos la capacidad del proveedor 1, cuyo proceso sí está bajo control. Los datos recogidos son:

Muestra	Longitud del árbol de levas en Proveedor 1				
1	598,0	599,8	600,0	599,8	600,0
2	600,0	598,8	598,2	599,4	599,6
3	599,4	599,4	600,0	598,8	599,2
4	599,4	599,6	599,0	599,2	600,6
5	598,8	598,8	599,8	599,2	599,4
6	600,0	600,2	600,2	599,6	599,0
7	599,0	599,8	600,8	598,8	598,2
8	600,0	599,2	599,8	601,2	600,4
9	600,2	599,6	599,6	599,6	600,2
10	599,2	599,0	599,6	600,4	600,0
11	599,0	599,6	599,4	599,2	597,8
12	600,4	599,6	600,0	600,8	600,4
13	599,4	599,0	598,4	599,0	599,6
14	598,8	599,2	599,6	598,6	599,8
15	599,6	599,2	599,6	600,2	599,8
16	599,6	600,0	599,6	599,2	598,6
17	599,6	601,2	599,6	600,2	600,0
18	600,0	599,4	599,8	599,2	599,6
19	599,4	600,0	600,0	599,2	599,4
20	599,6	599,8	599,0	599,6	599,4

Análisis de capacidad con MINITAB en páginas siguientes:

Histograma:

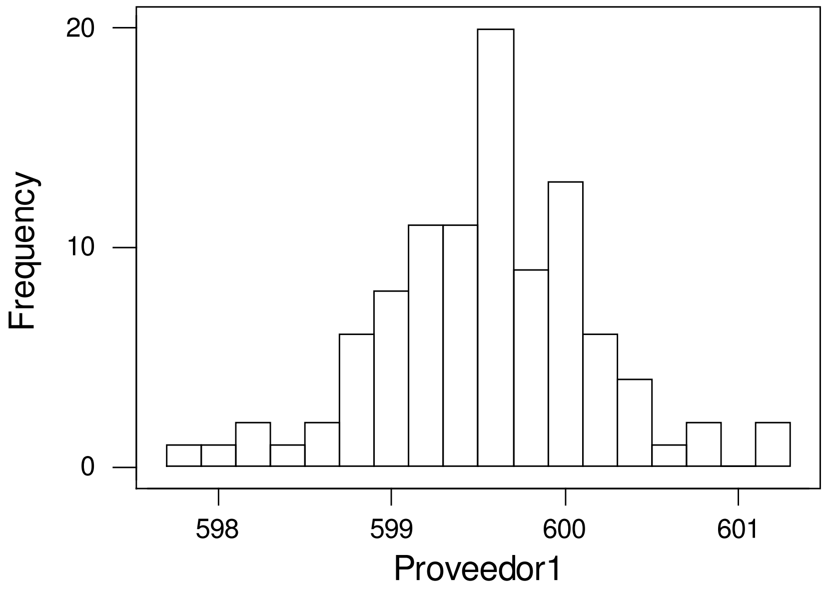


Diagrama de probabilidad:

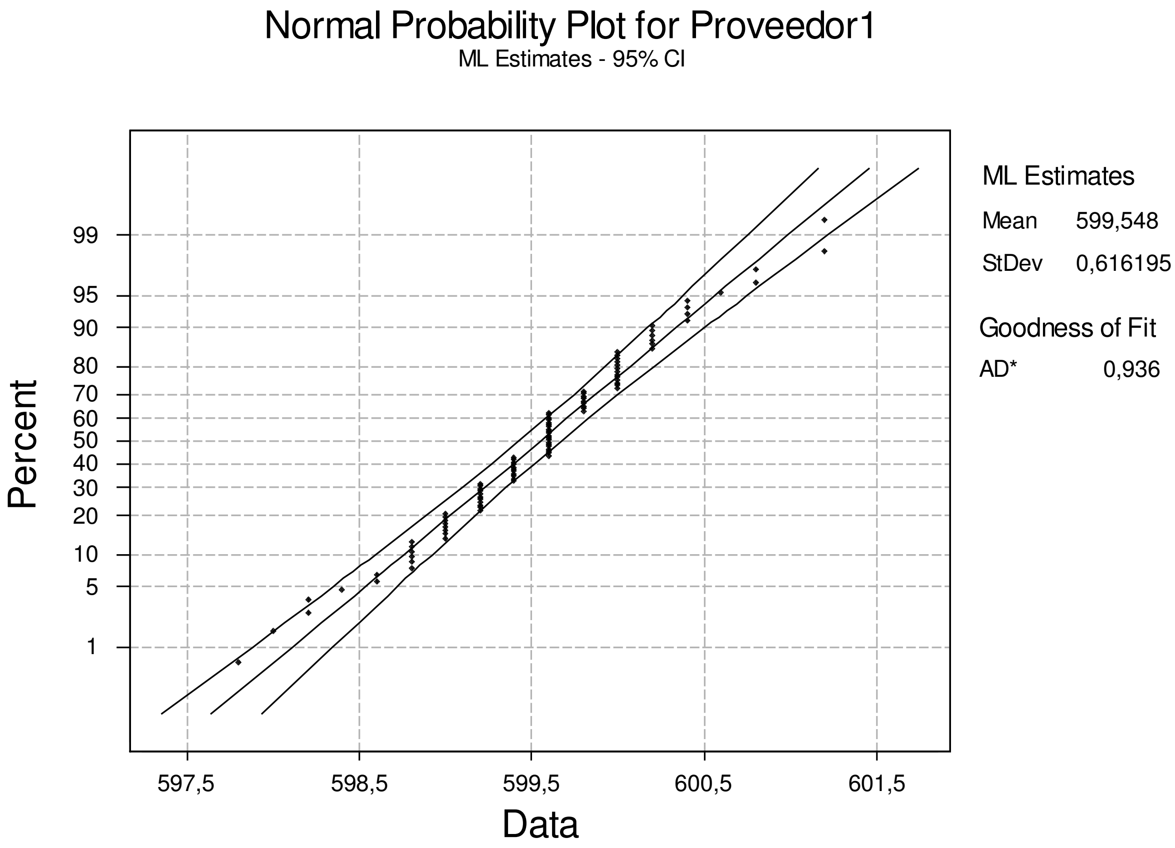
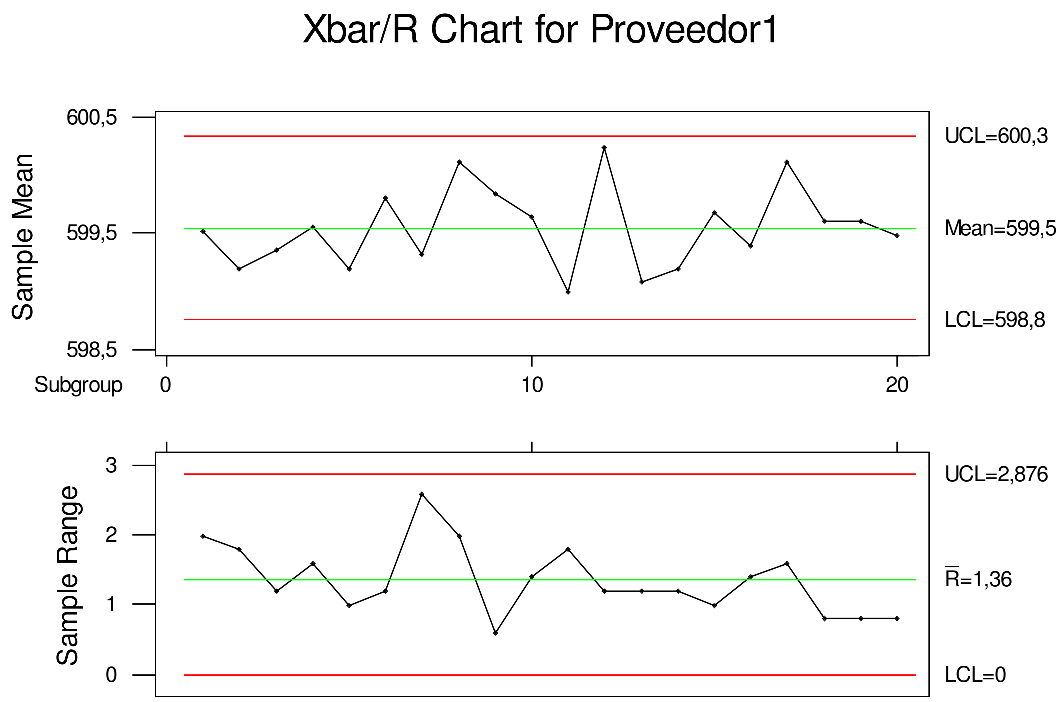
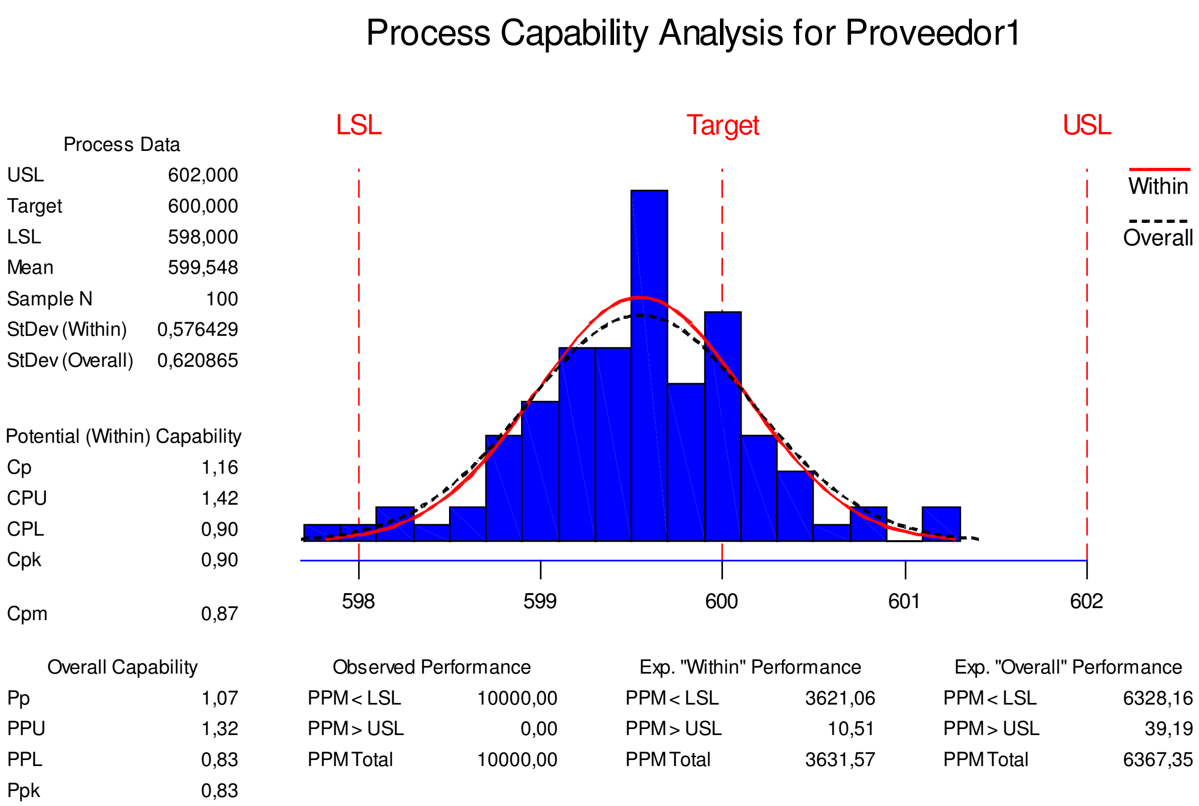


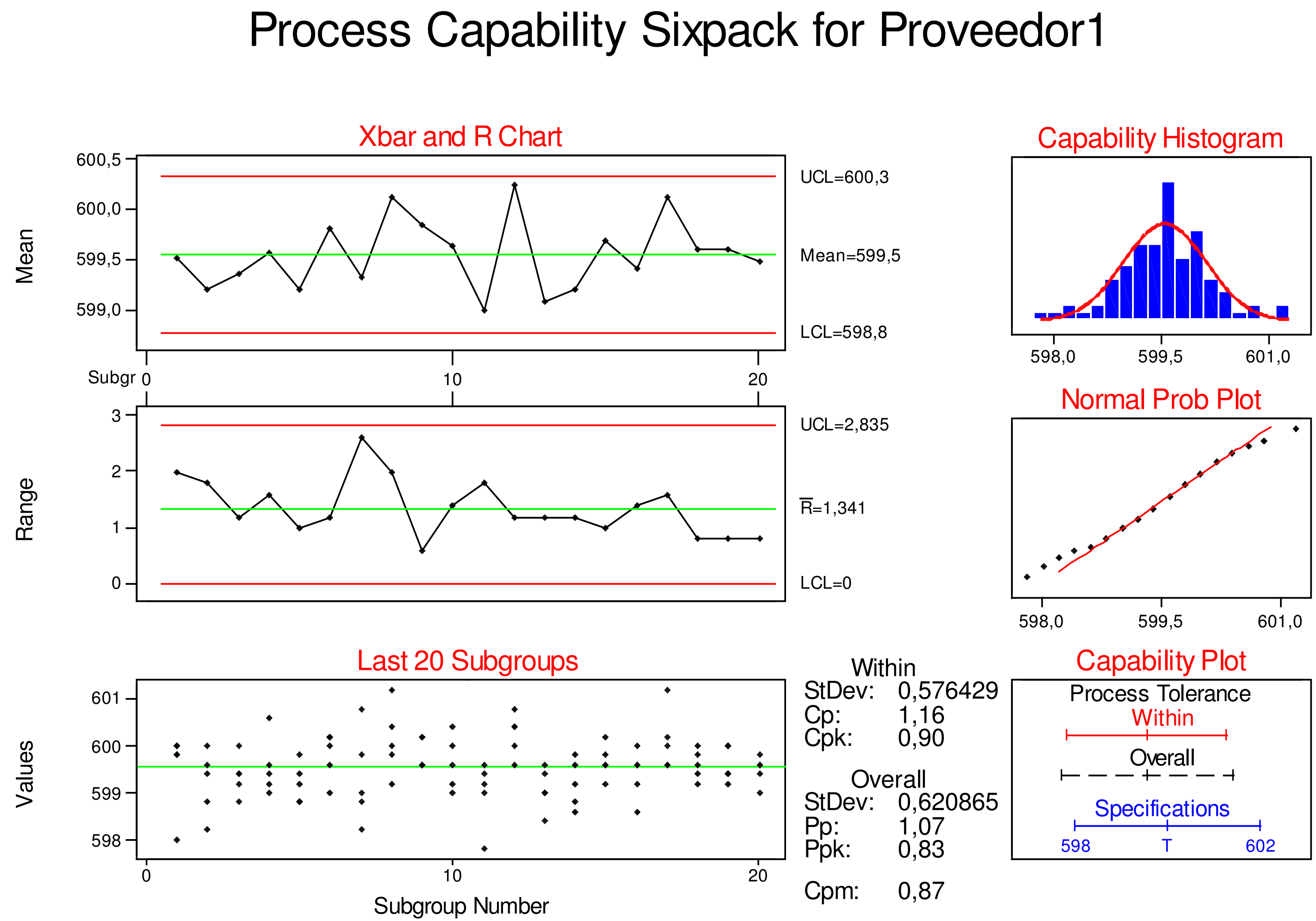
Diagrama de control:



Análisis de Capacidad:



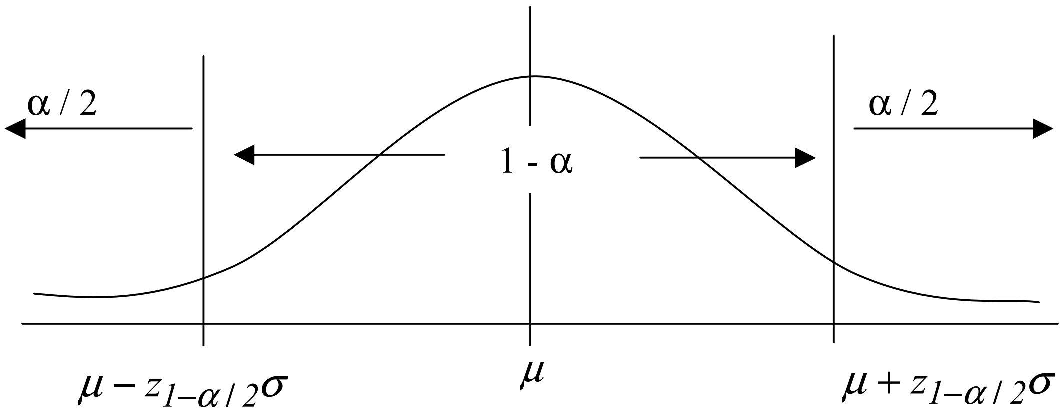
Análisis de Capacidad con gráficos (Sixpack):



Determinación de los Límites de Tolerancia Natural de un Proceso

En muchos tipos de procesos de producción se acostumbra considerar los límites de tolerancia natural, como aquellos que contienen cierta fracción, digamos 1 - α, de la distribución. Hay varios métodos para estimar los límites de tolerancia natural de un proceso.

Si se conoce la distribución subyacente de una característica de calidad y sus parámetros con base en una larga experiencia, entonces es posible establecer fácilmente los límites de tolerancia. Supongamos que la característica de calidad se distribuye normalmente con media μ conocida y varianza σ^2 también conocida. Si en este caso se definen los límites de tolerancia como los que contienen 100(1 – α)%de la distribución de esta característica de calidad, entonces los límites de tolerancia son simplemente



Si el valor de α es por ejemplo 0,05, entonces dichos límites estarán dados por

$$\mu \pm 1{,}96\sigma$$

En la mayoría de los problemas prácticos, se desconocen la forma de la distribución y sus parámetros. Sin embargo, suele ser posible estimar los parámetros a partir de los datos muestrales. Entonces, en ciertos casos, es posible evaluar los límites de tolerancia del proceso mediante dichas estadísticas muestrales.

Se examinarán dos procedimientos para estimar límites de tolerancia natural, uno para casos en los que la suposición de normalidad es razonable, y un enfoque no paramétrico, útil para aquellos casos en los que es inadecuado suponer normalidad.

La estimación de los límites de tolerancia natural de un proceso es un problema importante con muchas implicaciones prácticas significativas. Como ya se dijo, a menos que las especificaciones para el producto coincidan exactamente con, o excedan a, los límites de tolerancia natural del proceso ($CP \geq 1$), un porcentaje extremadamente alto de la producción caerá fuera de las especificaciones (fracción defectuosa), lo que ocasiona una pérdida considerable o una alta tasa de retrabajo.

Límites de Tolerancia Bilaterales basados en la Distribución Normal

Supongamos que una variable aleatoria X se distribuye normalmente con media μ y varianza σ^2, ambas desconocidas. Pueden calcularse, a partir de una muestra aleatoria de n observaciones, la media muestral $\bar{x}$ y la varianza muestral S^2. Un procedimiento lógico para estimar los límites de tolerancia natural $\mu \pm z_{1-\alpha/2}\sigma$ es reemplazar μ por $\bar{x}$ *y* σ^2 por S^2, lo que produce

$$\bar{x} \pm z_{1-\alpha/2} S$$

Como $\bar{x}$ y S^2 son solamente estimaciones y no los valores reales de los parámetros, no se puede decir que el intervalo anterior siempre contendrá $100(1-\alpha)\%$de la distribución.

Sin embargo, es posible determinar una constante *K,* de manera que, en un gran número de muestras, una fracción γ de los intervalos $\bar{x} \pm KS$ incluirá por lo menos $100(1-\alpha)\%$ de la distribución.

Los valores de K están tabulados para distintos valores de γ y de α, como puede verse en la página siguiente.

Factores para límites normales de tolerancia bilaterales

	Confianza de 90% de que el porcentaje de la población entre los límites es			Confianza de 95% de que el porcentaje de la población entre los límites es			Confianza de 99% de que el porcentaje de la población entre los límites es		
n	90%	95%	99%	90%	95%	99%	90%	95%	99%
2	15.98	18.80	24.17	32.02	37.67	48.43	160.2	188.5	242.3
3	5.847	6.919	8.974	8.380	9.916	12.86	18.93	22.40	29.06
4	4.166	4.943	6.440	5.369	6.370	8.299	9.398	11.15	14.53
5	3.494	4.152	5.423	4.275	5.079	6.634	6.612	7.855	10.26
6	3.131	3.723	4.870	3.712	4.414	5.775	5.337	6.345	8.301
7	2.902	3.452	4.521	3.369	4.007	5.248	4.613	5.448	7.187
8	2.743	3.264	4.278	3.136	3.732	4.891	4.147	4.936	6.468
9	2.626	3.125	4.098	2.967	3.532	4.631	3.822	4.550	5.966
10	2.535	3.018	3.959	2.829	3.379	4.433	3.582	4.265	5.594
11	2.463	2.933	3.849	2.737	3.259	4.277	3.397	4.045	5.308
12	2.404	2.863	3.758	2.655	3.162	4.150	3.250	3.870	5.079
13	2.355	2.805	3.682	2.587	3.081	4.044	3.130	3.727	4.893
14	2.314	2.756	3.618	2.529	3.012	3.955	3.029	3.608	4.737
15	2.278	2.713	3.562	2.480	2.954	3.878	2.945	3.507	4.605
16	2.246	2.676	3.514	2.437	2.903	3.812	2.872	3.421	4.492
17	2.219	2.643	3.471	2.400	2.858	3.754	2.808	3.345	4.393
18	2.194	2.614	3.433	2.366	2.819	3.702	2.753	3.279	4.307
19	2.172	2.588	3.399	2.337	2.784	3.656	2.703	3.221	4.230
20	2.152	2.564	3.368	2.310	2.752	3.615	2.659	3.168	4.161
21	2.135	2.543	3.340	2.286	2.723	3.577	2.620	3.121	4.100
22	2.118	2.524	3.315	2.264	2.697	3.543	2.584	3.078	4.044
23	2.103	2.506	3.292	2.244	2.673	3.512	2.551	3.040	3.993
24	2.089	2.489	3.270	2.225	2.651	3.483	2.522	3.004	3.947
25	2.077	2.474	3.251	2.208	2.631	3.457	2.494	2.972	3.904
26	2.065	2.460	3.232	2.193	2.612	3.432	2.469	2.941	3.865
27	2.054	2.447	3.215	2.178	2.595	3.409	2.446	2.914	3.828
28	2.044	2.435	3.199	2.164	2.579	3.388	2.424	2.888	3.794
29	2.034	2.424	3.184	2.152	2.554	3.368	2.404	2.864	3.763
30	2.025	2.413	3.170	2.140	2.549	3.350	2.385	2.841	3.733
35	1.988	2.368	3.112	2.090	2.490	3.272	2.306	2.748	3.611
40	1.959	2.334	3.066	2.052	2.445	3.213	2.247	2.677	3.518
50	1.916	2.284	3.001	1.996	2.379	3.126	2.162	2.576	3.385
60	1.887	2.248	2.955	1.958	2.333	3.066	2.103	2.506	3.293
80	1.848	2.202	2.894	1.907	2.272	2.986	2.026	2.414	3.173
100	1.822	2.172	2.854	1.874	2.233	2.934	1.977	2.355	3.096
200	1.764	2.102	2.762	1.798	2.143	2.816	1.865	2.222	2.921
500	1.717	2.046	2.689	1.737	2.070	2.721	1.777	2.117	2.783
1000	1.695	2.019	2.654	1.709	2.036	2.676	1.736	2.068	2.718
∞	1.645	1.960	2.576	1.645	1.960	2.576	1.645	1.960	2.576

Ejemplo:

El fabricante de un propulsor sólido para cohetes está interesado en encontrar los límites de tolerancia del proceso, de manera que 95% de las tasas de combustión caigan entre estos límites, con probabilidad de 0,99. Se sabe, por experiencias, que la tasa de combustión está distribuida normalmente. Una muestra aleatoria de 25 observaciones hace ver que la media y la varianza muestral de la tasa de combustión son $\bar{x} = 40{,}75$ *y* $S^2 = 1{,}87$ *respectivamente.*

$(1-\alpha)100\% = 95\%$ de los datos

$\gamma = 0{,}99$ probabilidad o confianza

$n = 25$ nº de datos de la muestra

Mirando en la tabla (página anterior): K=2,972

Como $\bar{x} = 40{,}75$ y $S^2 = 1{,}87$, es decir, S=1,3675, tenemos:

$$\bar{x} \pm KS = 40{,}75 \pm 2{,}972 \cdot 1{,}3675$$

Luego en el intervalo [36,6856 , 44,8142] tendremos al menos el 95% de los datos con una confianza de 0,99.

Límites de Tolerancia Unilaterales basados en la Distribución Normal

También es posible especificar límites de tolerancia unilaterales, basados en la distribución normal. Es decir, se puede afirmar que, con una probabilidad de γ, por lo menos $100(1-\alpha)\%$de la distribución es mayor que un límite inferior de tolerancia $\bar{x}-KS$ o menor que uno superior $\bar{x}+KS$. *Los* valores de K para estos límites de tolerancia se encuentran en la tabla de la página siguiente.

Ejemplo:

Una muestra de 10 artículos de una población normal tuvo media de 300 y desviación estándar de 10. Utilizando estos datos, estime un valor para la variable aleatoria de manera que la probabilidad de que 90% de las mediciones de la variable queden por debajo de este valor sea igual a 0,95.

$(1-\alpha)100\%=90\%$ de los datos

$\gamma=0{,}95$ probabilidad o confianza

n=10 nº de datos de la muestra

Mirando en la tabla (página siguiente): k=2,355

Como $\bar{x}=300$ y S=10 tenemos:

LST=$\bar{x}+KS = 300 + 2{,}355 \cdot 10 = 323{,}55$

Luego al menos el 90% de los datos es menor de 323,55 con una confianza de 0,95.

Factores para límites normales de tolerancia unilaterales

	Confianza de 90% de que el porcentaje de la población abajo (arriba) del límite es			Confianza de 95% de que el porcentaje de la población abajo (arriba) del límite es			Confianza de 99% de que el porcentaje de la población abajo (arriba) del límite es		
n	90%	95%	99%	90%	95%	99%	90%	95%	99%
3	4.258	5.310	7.340	6.158	7.655	10.552			
4	3.187	3.957	5.437	4.163	5.145	7.042			
5	2.742	3.400	4.666	3.407	4.202	5.741			
6	2.494	3.091	4.242	3.006	3.707	5.062	4.408	5.409	7.334
7	2.333	2.894	3.972	2.755	3.399	4.641	3.856	4.730	6.411
8	2.219	2.755	3.783	2.582	3.188	4.353	3.496	4.287	5.811
9	2.133	2.649	3.641	2.454	3.031	4.143	3.242	3.971	5.389
10	2.065	2.568	3.532	2.355	2.911	3.981	3.048	3.739	5.075
11	2.012	2.503	3.444	2.275	2.815	3.852	2.897	3.557	4.828
12	1.966	2.448	3.371	2.210	2.736	3.747	2.773	3.410	4.633
13	1.928	2.403	3.310	2.155	2.670	3.659	2.677	3.290	4.472
14	1.895	2.363	3.257	2.108	2.614	3.585	2.592	3.189	4.336
15	1.866	2.329	3.212	2.068	2.566	3.520	2.521	3.102	4.224
16	1.842	2.299	3.172	2.032	2.523	3.463	2.458	3.028	4.124
17	1.820	2.272	3.136	2.001	2.486	3.415	2.405	2.962	4.038
18	1.800	2.249	3.106	1.974	2.453	3.370	2.357	2.906	3.961
19	1.781	2.228	3.078	1.949	2.423	3.331	2.315	2.855	3.893
20	1.765	2.208	3.052	1.926	2.396	3.295	2.275	2.807	3.832
21	1.750	2.190	3.028	1.905	2.371	3.262	2.241	2.768	3.776
22	1.736	2.174	3.007	1.887	2.350	3.233	2.208	2.729	3.727
23	1.724	2.159	2.987	1.869	2.329	3.206	2.179	2.693	3.680
24	1.712	2.145	2.969	1.853	2.309	3.181	2.154	2.663	3.638
25	1.702	2.132	2.952	1.838	2.292	3.158	2.129	2.632	3.601
30	1.657	2.080	2.884	1.778	2.220	3.064	2.029	2.516	3.446
35	1.623	2.041	2.833	1.732	2.166	2.994	1.957	2.431	3.334
40	1.598	2.010	2.793	1.697	2.126	2.941	1.902	2.365	3.250
45	1.577	1.986	2.762	1.669	2.092	2.897	1.857	2.313	3.181
50	1.560	1.965	2.735	1.646	2.065	2.863	1.821	2.296	3.124

Límites de Tolerancia e Intervalos de Confianza

Se observa que existe una diferencia fundamental entre los límites de confianza y los de tolerancia. Los límites de confianza se usan para proporcionar una estimación del intervalo del parámetro de una distribución, mientras que los límites de tolerancia sirven para indicar los límites entre los cuales es posible esperar que caiga una proporción específica de una población.

Límite de Tolerancia: $\bar{x} \pm KS$

el intervalo $\bar{x} \pm KS$ incluirá por lo menos 100(1 –α)% de la distribución (de los datos) con confianza γ (probabilidad).

Intervalo de Confianza: $\bar{x} \pm k\dfrac{S}{\sqrt{n}}$ con $k = t_{1-\frac{\gamma}{2},n-1}$ ó $k = z_{1-\frac{\gamma}{2}}$

El parámetro poblacional μ está incluido en dicho intervalo con probabilidad γ.

Obsérvese que la extensión de un intervalo de confianza tiende a cero cuando **n** tiende a infinito (es decir, el intervalo es un único valor, una estimación puntual), mientras que los límites de tolerancia se aproximan al valor correspondiente de la población (γ=1). Así, en la tabla, K se acerca a 1,96 cuando **n** tiende a infinito para α = 0,05, por ejemplo.

Determinación de los límites de tolerancia natural de un proceso. Si se desconoce la forma de la distribución

Es posible establecer límites de tolerancia no paramétricos (o libres de distribución) que son válidos para cualquier distribución de probabilidad continua. Tales intervalos se basan en la distribución de los valores extremos (la mayor y menor observación muestrales) en una muestra de una distribución continua arbitraria. Para límites de tolerancia bilaterales, el número de observaciones que hay que hacer para asegurar, con una probabilidad de γ, que por lo menos 100(1 - α)% de la distribución caerá entre la mayor y la menor observación de la muestra, es

$$n \approx \frac{1}{2} + \left(\frac{2-\alpha}{\alpha}\right)\frac{\chi^2_{\gamma,4}}{4}$$

con

γ	$\chi^2_{\gamma,4}$
0,90	7,78
0,95	9,49
0,98	11,67
0,99	13,28

aproximadamente. Por lo tanto, para tener una seguridad de 99% de que se incluirá por lo menos 95% de la población entre los valores extremos de la muestra, se tiene que α = 0,05, γ = 0,99, y por consiguiente,

$$n \approx \frac{1}{2} + \left(\frac{1{,}95}{0{,}05}\right)\frac{13{,}28}{4} = 130$$

Para límites de tolerancia no paramétricos unilaterales, tales que con probabilidad γ por lo menos 100(1 - α)% de la población exceda al menor valor muestral (o sea menor que el mayor valor muestral), se tiene que tomar una muestra de

$$n = \frac{\log(1-\gamma)}{\log(1-\alpha)}$$

Así el límite superior de tolerancia no paramétrico que contiene por lo menos el 90% de la población con probabilidad de por lo menos 0,95 (α = 0,10 y γ =0,95) constituye la mayor observación de una muestra de

$$n = \frac{\log(1-\gamma)}{\log(1-\alpha)} = \frac{\log(0{,}05)}{\log(0.90)} = 28$$

EJERCICIOS DE CAPACIDAD

1.- Se toman 20 muestras de 5 artículos de un proceso de manufactura, se mide una característica de calidad, distribuida normalmente, y se calculan los valores de medias y rangos para cada muestra, obteniéndose los siguientes resultados:

$$\sum_{i=1}^{20} \bar{x}_i = 2446 \qquad\qquad \sum_{i=1}^{20} R_i = 56$$

(a) Calcula los límites a 3 sigma para el diagrama de control de medias ($\overline{X}$).

(b) Si los límites de especificación son 120 ± 5, analiza los índices de capacidad del proceso y calcula la fracción disconforme asociada.

(c) Analiza razonadamente, mediante índices de capacidad, si la fracción disconforme mejoraría si la media del proceso fuera 120.

2.- Los límites especificados de determinado producto son 50 ± 10, y al analizar 20 muestras de 8 artículos (suponiendo población normal) tenemos como resultado una media de $\bar{\bar{x}} = 53{,}4$ y una media de desviaciones estándar de $\overline{S} = 2{,}8$. Se pide:

(a) Calcula y comenta los índices de capacidad del proceso.

(b) Si la media proceso cambiara a 50, ¿cómo cambiaría la capacidad del proceso? ¿Y la fracción disconforme (no la calcules)? ¿Porqué?

3.- A partir de muestras de tamaño n=6 se han obtenido los siguientes datos (límites 3 sigma):

$\bar{\bar{x}} = 32{,}6$ $\qquad LSC(\overline{X}) = 36{,}1742$ $\qquad LIC(\overline{X}) = 29{,}0258$ $\qquad \overline{R} = 7{,}4$

Si el diagrama de medias indica control, la característica de calidad se distribuye normalmente y los límites de especificación son 30 ± 5,0:

(a) Calcula la fracción disconforme del proceso.

(b) Calcula y comenta los índices de capacidad del proceso.

(c) Si la media proceso cambia a 30 ¿mejora la capacidad del proceso? ¿Y la fracción disconforme (no la calcules)? ¿Porqué?

4. Se toman muestras de n = 8 de un proceso de manufactura a intervalos regulares. Se mide cierta característica de calidad, y se calculan los valores de $\overline{X}$ y R para cada muestra. Después de 50 muestras, se tiene que:

$$\sum_{i=1}^{50} \bar{x}_i = 2.000 \qquad \sum_{i=1}^{50} R_i = 250$$

Suponga que la característica de calidad está distribuida normalmente. Si los límites de especificación son 41 ± 5,0 y todos los puntos de ambos diagramas caen entre los límites de control ¿cuál es su conclusión acerca de la capacidad del proceso de producir artículos que satisfagan estas especificaciones? *(ejercicio 4.b) de la lección 1, página 50)*

5. Se toman muestras de n = 6 artículos de un proceso de manufactura, a intervalos regulares. Se mide una característica de calidad, distribuída normalmente, y se calculan los valores de $\overline{X}$ y S para cada muestra. Después del análisis de 50 subgrupos, se tiene que:

$$\sum_{i=1}^{50} \bar{x}_i = 1.000 \qquad \sum_{i=1}^{50} S_i = 75$$

Suponga que todos los puntos de ambas gráficas caen entre los límites de control. Si los límites de especificación son 19 ± 4.0, ¿cuál es su conclusión acerca de la capacidad del proceso de producir artículos conformes con las especificaciones? *(ejercicio 5.b) de la lección 1, página 50)*

6. Una muestra de 25 mediciones de una característica de calidad distribuida normalmente tiene media 85 y desviación estándar 1. Encuentre un valor tal que 90% de las mediciones futuras de esta característica de calidad estén por arriba de dicho valor, utilizando una probabilidad de confianza de 0,95.
7. Una muestra de 20 mediciones de una característica de calidad, distribuida normalmente, tiene $\bar{x}$ = 350 y S = 10. Determine un límite superior de tolerancia natural que tenga probabilidad de 0,90 de incluir 95% de la distribución de tal característica de calidad.
8. ¿Cuál debe ser el tamaño muestral para obtener un intervalo de tolerancia natural, que tenga probabilidad de 0,90 de incluir 95% de la distribución? ¿Cómo se establecería el intervalo después de obtener los datos?
9. Una muestra aleatoria de n = 40 tramos de tubos presentó un espesor medio de pared de 0,1264 plg y desviación estándar de 0,0003 plg. Se supone que el espesor tiene distribución normal ¿Entre qué límites caerá el 95% de los espesores, con confianza de 95%?
10. Encuentre el tamaño muestral requerido para establecer un límite superior de tolerancia no paramétrica que contenga por lo menos 95% de la población, con probabilidad de por lo menos 0,95. ¿Cómo se calcularía realmente este límite a partir de datos muestrales?

SOLUCIONES de los ejercicios de la lección 2: Capacidad

1.- (a) Límites del gráfico de control para las medias: LSC=123,9156 LC=122,3 LIC=120,6844

(b) Como el proceso no está centrado, el índice de capacidad viene dado por Cpk=0,7476<1, luego es un proceso insuficiente, no capaz. La fracción disconforme será 1,2425% (por encima del Límite superior especificado).

(c) Si la media cambiara a 120 el proceso estaría centrado, y entonces Cp=1,3845 que es mayor que 1,33 luego la capacidad mejora (de hecho la fracción disconforme será menor que 63,4 por millón según la tabla de capacidad).

2.- (a) La desviación típica estimada es 3,1018 y como el proceso no está centrado, la capacidad viene dada por Cpk=0,71<1, luego es un proceso no capaz.

(b) Si la media cambiara a 50 el proceso estaría centrado, y entonces Cp=1,075>1 la capacidad mejora, ya que es un proceso capaz, pero aún es mejorable (mínimo recomendable 1,33). La fracción disconforme disminuirá, habrá algo menos de un 0,27% de disconformes (Cp=1 en la tabla de capacidad).

3.- (a) Fracción disconforme del proceso: 21,08%.

(b) Indices de capacidad: como no es centrado, calculamos Cpk=0,27397, lo que indica un proceso muy insuficiente, muy poco capaz (Cpk<<1).

(c) Si la media proceso cambia a 30, el proceso se centra y calculamos la capacidad con Cp=0,57078, luego aunque mejora la capacidad, sigue siendo un proceso no capaz.

Al ser ahora un proceso centrado, la fracción disconforme disminuirá, pero seguirá siendo alta porque el Cp es mucho menor que 1.

4.- Indices de capacidad: como es un proceso no centrado, calculamos Cpk=0,759, lo que indica que es un proceso poco capaz (Cpk<1). Si se centrara el proceso, la capacidad del proceso sería mejor ya que Cp=0,949, pero tampoco conseguiríamos un proceso mínimamente capaz (Cp<1,33).

5.- Indices de capacidad: el proceso no está centrado, calculamos Cpk=0,579, lo que indica que es un proceso muy poco capaz (Cpk<<1). Si se centrara el proceso, la capacidad del proceso sería mejor pero tampoco suficiente ya que Cp=0,772<1, luego tampoco tendríamos un proceso capaz.

6.- Límite Inferior de Tolerancia=LIT=83,162 (k=1,838)

7.- Límite Superior de Tolerancia=LST=372,08 (k=2,208)

8.- Aproximadamente 77 muestras (76,355) y el intervalo de tolerancia vendría dado por el máximo y el mínimo de dicha muestra.

9.- Límites de tolerancia: [0,12713 , 0,12567]

10.- El límite superior (LST) sería el máximo de una muestra de 59 elementos (58,404)