Aplicaciones de las integrales triples

Ampliación de matemáticas Curso 2008-2009

1. Volumen de un sólido

El volumen de un sólido (S) cualquiera, viene dado por:

$$\text{Volumen}(S) = \int\int\int_S 1\, dxdydz$$

2. Masa,momentos respecto a los planos coordenados y centro de masa de un sólido

Denotamos por $d : R \in \mathbb{R}^3 2 \to \mathbb{R}^+$ (continua) la densidad del sólido S.

- La masa viene dada por,
$$m = \int\int\int_S d(x,y,z)\, dxdydz$$
- Los momentos respecto de los planos coordenados se definen como
  - $M_{xy} = \int\int\int_S z\, d(x,y,z)\, dxdydz$
  - $M_{xz} = \int\int\int_S y\, d(x,y,z)\, dxdydz$
  - $M_{yz} = \int\int\int_S x\, d(x,y,z)\, dxdydz$
- El centro de masa es: $\left(\frac{M_{yz}}{m}, \frac{M_{xz}}{m}, \frac{M_{xy}}{m}\right)$

3. Momentos de inercia de un sólido

Los momentos de inercia respecto de los ejes vienen dados por:

- $I_x = \int\int\int_S (y^2 + x^2)\, d(x,y,z)\, dxdydz$
- $I_y = \int\int\int_S (x^2 + z^2)\, d(x,y,z)\, dxdydz$
- $I_z = \int\int\int_S (x^2 + y^2)\, d(x,y,z)\, dxdydz$